

Übersicht

Darlehen

① Überblick

Bezüglich der Tilgung lassen sich vier Formen unterscheiden:

- Annuitätendarlehen: Rate konstant (Zinsen fallen, Tilgung steigt)
- Ratendarlehen:⁵ Rate fallend (Zinsen fallen, Tilgung konstant)
- Festdarlehen: Zinszahlung laufend, Tilgung in einer Summe am Ende der Laufzeit
- Tilgung freibleibend: Zinszahlung laufend, Tilgung wird vom Kreditnehmer bestimmt

Im Folgenden werden nur Annuitätendarlehen und Ratendarlehen betrachtet.

② Annuitätendarlehen

In der Bankpraxis wird zu dem Zinssatz ein anfänglicher Tilgungssatz addiert, um die Rate zu berechnen. Die Tilgung steigt um die ersparten Zinsen.
Beispiel:

- Darlehen 200.000,00
- 4% Zins
- 3,5 % anfängliche Tilgung zuzüglich ersparter Zinsen

$$\text{Rate} = 200.000,00 \cdot (0,04 + 0,035)$$

$$\text{Rate} = 15.000,00$$

Periode	Anfangskapital	Zinsen	Tilgung	Annuität	Endkapital
1	200.000,00	8.000,00	7.000,00	15.000,00	193.000,00
2	193.000,00	7.720,00	7.280,00	15.000,00	185.720,00
3	185.720,00	7.428,80	7.571,20	15.000,00	178.148,80
4	178.148,80	7.125,95	7.874,05	15.000,00	170.274,75

Die Laufzeit lässt sich mit folgender Formel berechnen:

⁵ Andere Bezeichnungen sind Tilgungsdarlehen oder Abzahlungsdarlehen.

Übersicht

$$T = \frac{\ln \left(\frac{i}{j} + 1 \right)}{\ln q}$$

$$T = \frac{\ln \left(\frac{0,04}{0,035} + 1 \right)}{\ln 1,04}$$

$$T = 19,43 \text{ Jahre}$$

Zinssatz i	Tilgungssatz j				
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %
1 %	69,66	40,75	28,91	22,43	18,32
2 %	55,48	35,00	25,80	20,48	16,99
3 %	46,90	31,00	23,45	18,93	15,90
4 %	41,04	28,01	21,60	17,67	14,99
5 %	36,72	25,68	20,10	16,62	14,21
6 %	33,40	23,79	18,85	15,73	13,53

Insgesamt gilt:

- Je höher der Tilgungssatz, desto niedriger ist die Laufzeit (siehe Zeile).
- Je höher der Zinssatz, desto niedriger ist die Laufzeit (siehe Spalte).

Finanzmathematisch lässt sich die Rate auch mit Hilfe des KWF ermitteln. Dazu muss neben dem Zins auch die Laufzeit gegeben sein, ein anfänglicher Tilgungssatz wird nicht benötigt.

$$\text{Rate} = 200.000,00 \cdot \text{KWF}(0,04; 20)$$

$$\text{Rate} = 14.716,35$$

Üblicherweise gilt der Zins nicht für die gesamte Laufzeit, sondern wird nur für eine Zinsbindungsfrist von fünf bis zehn Jahren vereinbart. Daraus resultiert ein Zinsänderungsrisiko für die Restlaufzeit. Für die Quantifizierung wird zunächst das Restkapital am Ende der Zinsbindung ermittelt und anschließend die neue Rate mit dem KWF für den angepassten Zins und der Restlaufzeit berechnet.

Übersicht

$$\text{Restkapital} = \frac{\text{Alte Annuität}}{\text{KWF}(i_{\text{alt}}; \text{Rlz})}$$

$$\text{Neue Annuität} = \text{Restkapital} \cdot \text{KWF}(i_{\text{neu}}; \text{Rlz})$$

Zusammengefasst:

$$\text{Neue Annuität} = \frac{\text{Alte Annuität} \cdot \text{KWF}(i_{\text{neu}}; \text{Rlz})}{\text{KWF}(i_{\text{alt}}; \text{Rlz})}$$

Folglich ist die neue Annuität nur von den beiden Zinssätzen und der Restlaufzeit abhängig, die Zinsbindungsfrist spielt keine Rolle. Der prozentuale Anstieg der Annuität ergibt sich aus dem Quotienten der beiden KWF.

i_{alt}	Rlz	i_{neu}				
		3 %	4 %	5 %	6 %	7 %
1 %	10	1,11	1,17	1,23	1,29	1,35
	20	1,21	1,33	1,45	1,57	1,70
	30	1,32	1,49	1,68	1,87	2,08
2 %	10	1,05	1,11	1,16	1,22	1,28
	20	1,10	1,20	1,31	1,43	1,54
	30	1,14	1,30	1,46	1,63	1,80
3 %	10	1,00	1,05	1,10	1,16	1,21
	20	1,00	1,09	1,19	1,30	1,40
	30	1,00	1,13	1,28	1,42	1,58
4 %	10	0,95	1,00	1,05	1,10	1,15
	20	0,91	1,00	1,09	1,18	1,28
	30	0,88	1,00	1,12	1,26	1,39

Übersicht

③ Ratendarlehen

Beim Ratendarlehen erfolgt die Tilgung immer in gleicher Höhe. Beispiel:

- Darlehen 200.000,00
- 4% Zins
- 5 % Tilgung

Da der Tilgungssatz konstant ist, beträgt die Laufzeit 20 Jahre.

Periode	Anfangskapital	Zinsen	Tilgung	Annuität	Endkapital
1	200.000,00	8.000,00	10.000,00	18.000,00	190.000,00
2	190.000,00	7.600,00	10.000,00	17.600,00	180.000,00
3	180.000,00	7.200,00	10.000,00	17.200,00	170.000,00
4	170.000,00	6.800,00	10.000,00	16.800,00	160.000,00

Im Vergleich zum Annuitätendarlehen ist die Anfangsbelastung beim Ratendarlehen sehr hoch. Bezieht man aber die mit der Laufzeit steigenden Reparaturaufwendungen mit ein, so bleibt die Gesamtbelastung beim Ratendarlehen gleich hoch, während sie beim Annuitätendarlehen ansteigt. Zudem entspricht der lineare Tilgungsverlauf eher dem Verlauf des Wertes der Sicherheit, sofern der finanzierte Gegenstand als Sicherheit herangezogen wird.